

**FACULTY OF SCIENCE**  
**B.Sc., V-Semester (Regular/Backlog) Examinations, December-2023**  
 (2019, 2020 & 2021 Batches)

**MATHEMATICS**  
**Paper-V**  
**Linear Algebra**

Time: 3 hours

Max Marks: 80

## Section-A (Short Answer Questions)

8x4=32M

**Note:** Answer any **Eight** of the following questions in not exceeding 20 lines each.  
 సూచన: క్రింది వానిలో ఏవేని ఎనిమిది ప్రశ్నలకు ఒక్కోదానికి 20 పంక్తులకు మించని జవాబు వ్రాయుము.

1. Show that the set  $H = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} / 3a + 4b = 0 \right\}$  is a subspace of  $\mathbb{R}^2$ . 4M

$H = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} / 3a + 4b = 0 \right\}$  అనే సమితి  $\mathbb{R}^2$  నకు ఉపాంతరాళం అవుతుందని చూపండి.

2. Show that the set  $B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$  is linearly independent. 4M

$B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$  అనే సమితి ఏకఘాత స్వతంత్రం అనిచూపండి.

3. If  $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}$ , then find  $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ . 4M

$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}$  అయినప్పుడు  $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$  ను కనుగొనుము.

4. Find the rank of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 13 & 14 \end{bmatrix}$ . 4M

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 13 & 14 \end{bmatrix}$  అనే మాత్రిక యొక్క కోటిని కనుగొనుము.

5. If  $B = \left\{ \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}$  and  $C = \left\{ \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$  are any two bases of the vector space  $\mathbb{R}^2$ , then find the change of coordinates matrix from B to C. 4M

$B = \left\{ \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}$  మరియు  $C = \left\{ \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$  లు సదిశాంతరాళం  $\mathbb{R}^2$  నకు రెండు ఆధారాలు అయినప్పుడు B నుండి C కి నిరూపకాల మార్పు మాత్రికను కనుగొనండి.

::2::

6. Find the characteristic equation of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ .

4M

$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$  అనే మాత్రిక యొక్క లాక్షణిక సమీకరణాన్ని కనుగొనుము.

7. Find the B matrix for the linear transformation  $T: P_2 \rightarrow P_2$  defined by  $T(a_0 + a_1t + a_2t^2) = a_1 + 2a_2t$  where  $B = \{1, t, t^2\}$ .

4M

$T: P_2 \rightarrow P_2$  అనే ఏకఘాత పరివర్తనను  $T(a_0 + a_1t + a_2t^2) = a_1 + 2a_2t$  గా నిర్వచించినపుడు  $B = \{1, t, t^2\}$  అనే ఆధారం దృష్ట్యా B యొక్క మాత్రికను కనుగొనండి.

8. Find the Eigen values of  $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ .

4M

$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  అనే మాత్రిక యొక్క ఐగన్ విలువలను కనుగొనండి.

9. Show that the matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  is diagonalizable.

4M

$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  అనే మాత్రిక వికర్ణీకరణం అవుతుందని చూపండి.

10. Find a unit vector of  $u = (1, -3, 4)$ .

4M

$u = (1, -3, 4)$  అనే సదిశ యొక్క యూనిట్ సదిశను కనుగొనుము.

11. Show that two vectors  $u$  and  $v$  are orthogonal if  $\|u + v\|^2 = \|u\|^2 + \|v\|^2$ .

4M

$\|u + v\|^2 = \|u\|^2 + \|v\|^2$  అయినపుడు  $u, v$  అనే సదిశలు లంబంగా ఉంటాయని చూపండి.

12. If  $u = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix}$ ,  $v = \begin{bmatrix} -7 \\ -4 \\ 6 \end{bmatrix}$  then find (i)  $\|u\|^2$  (ii)  $\|u - v\|^2$ .

4M

$u = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix}$  మరియు  $v = \begin{bmatrix} -7 \\ -4 \\ 6 \end{bmatrix}$  అయినపుడు (i)  $\|u\|^2$  (ii)  $\|u - v\|^2$  లను కనుగొనుము.

### Section-B (Essay Answer Questions)

4x12=48M

**Note:** Answer the following questions in not exceeding 4 pages each.

సూచన: క్రింది ప్రశ్నలకు ఒక్కో దానికి 4 పేజీలకు మించని జవాబు వ్రాయుము.

13. a) State and prove spanning set theorem.

12M

వితస్థిత సమితి సిద్ధాంతంను ప్రవచించి, నిరూపించుము.

OR(లేదా)

b) If  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ , then find dimensions of (i)  $\text{Col}(A)$  (ii)  $\text{Nul}(A)$ .

12M

$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$  అయినపుడు (i)  $\text{Col}(A)$  (ii)  $\text{Nul}(A)$  అనే ఉపాంతరాళాల పరిమాణాలను కనుగొనండి.

14. a) State and prove rank theorem.

కోటి సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించుము.

12M

OR(లేదా)

b) Find the Eigen values and Eigen vectors of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ .

12M

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$  అనే మాత్రిక యొక్క ఐగన్ విలువలు మరియు ఐగన్ సదిశలను కనుగొనుము.

15. a) State and prove diagonalization theorem.

వికర్ణీయత సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించండి.

12M

OR(లేదా)

b) Construct the general solution of  $x' = Ax$  where  $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -8 & 2 \end{bmatrix}$ .

12M

$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -8 & 2 \end{bmatrix}$  అయినపుడు  $x' = Ax$  నకు సాధారణ సాధనను నిర్మించండి.

16. a) Let  $W$  be a subspace of a vector space  $V$ . Then show that  $W^\perp$  is a subspace of  $V$ .

6M

సదిశాంతరాళం  $V$  కి  $W$  ఏదేని ఉపాంతరాళం అయినపుడు  $W^\perp$  కూడా  $V$  కి ఉపాంతరాళం అవుతుందని నిరూపించుము.

b) If  $u$  and  $v$  are any two vectors the vector space  $\mathbb{R}^n$ , then show that

$$\|u+v\|^2 + \|u-v\|^2 = 2(\|u\|^2 + \|v\|^2).$$

6M

సదిశాంతరాళం  $\mathbb{R}^n$  లో  $u, v$  ఏవేని రెండు సదిశలు అయినపుడు  $\|u+v\|^2 + \|u-v\|^2 = 2(\|u\|^2 + \|v\|^2)$  అని నిరూపించుము.

OR(లేదా)

b) State and prove orthogonal decomposition theorem.

లంబ శిథిల సిద్ధాంతమును ప్రవచించి, నిరూపించుము.

12M

ఋఃఱ



**FACULTY OF SCIENCE**  
**B.Sc., III-Semester (Regular/Backlog) Examinations, December-2023**  
 (2019, 2020, 2021 & 2022 Batches)

**MATHEMATICS**  
**SEC-II**  
**Logic and Sets**

Time: 1½ Hours

Max. Marks: 40

## Section - A (Short Answer Questions)

2x5=10M

**Note:** Answer following questions not exceeding 20 lines each.

నూచన: క్రింది ప్రశ్నలకు ఒక్కోదానికి 20 పంక్తులకు మించని జవాబులు వ్రాయుము.

1. Construct a truth table for the compound statement  $(p \vee q) \rightarrow p$ . 5M  
 $(p \vee q) \rightarrow p$  అనే సంయుక్త ప్రవచనానికి సత్యపట్టికను నిర్మించుము.

2. If A, B, C are any three sets, then show that  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ . 5M

A, B, C ఏవేని మూడు సమితులు అయినపుడు  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$  అని నిరూపించండి.

## Section - B (Essay Answer Questions)

2x15=30M

**Note:** Answer the following questions not exceeding 4 pages each.

నూచన: క్రింది ప్రశ్నలకు ఒక్కో దానికి 4 పేజీలకు మించని జవాబులు వ్రాయుము.

3. a) Using truth table, verify  $[(p \rightarrow q) \wedge \neg q] \rightarrow \neg p$ . 15M

$[(p \rightarrow q) \wedge \neg q] \rightarrow \neg p$  ను సత్య పట్టిక ఉపయోగించి సరి చూడుము.

OR(లేదా)

- b) Show that  $(p \vee q) \rightarrow [q \rightarrow q]$  is tautology. 15M

నిత్య సత్యమని నిరూపించుము.

4. a) Show that  $\overline{A\Delta B} = \overline{A}\Delta\overline{B} = A\Delta\overline{B}$ . 15M

$\overline{A\Delta B} = \overline{A}\Delta\overline{B} = A\Delta\overline{B}$  అని చూపుము.

OR(లేదా)

- b) Let X be a random variable with the following probability distribution. 15M

X అనే యాదృచ్ఛిక చలరాశి కింది సంభావ్యతా విభాజనాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

$x$	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	$\frac{K}{2}$	K	K	K	$\frac{K}{2}$

Find (i) K (ii)  $P(X \leq 3)$  (iii)  $P(X > 2)$ .

(i) K (ii)  $P(X \leq 3)$  (iii)  $P(X > 2)$  లను కనుగొనుము.



**FACULTY OF SCIENCE**  
**B.Sc., III-Semester (Regular/Backlog) Examinations, December-2023**  
 (2019, 2020, 2021 & 2022 Batches)

**MATHEMATICS**  
**SEC-II**  
**Logic and Sets**

Time: 1½ Hours

Max. Marks: 40

## Section - A (Short Answer Questions)

2x5=10M

**Note:** Answer following questions not exceeding 20 lines each.

సూచన: క్రింది ప్రశ్నలకు ఒక్కోదానికి 20 పంక్తులకు మించని జవాబులు వ్రాయుము.

1. Construct a truth table for the compound statement  $(p \vee q) \rightarrow p$ . 5M  
 $(p \vee q) \rightarrow p$  అనే సంయుక్త ప్రవచనానికి సత్యపట్టికను నిర్మించుము.
2. If A, B, C are any three sets, then show that  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ . 5M  
 A, B, C ఏవేని మూడు సమితులు అయినప్పుడు  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$  అని నిరూపించండి.

## Section - B (Essay Answer Questions)

2x15=30M

**Note:** Answer the following questions not exceeding 4 pages each.

సూచన: క్రింది ప్రశ్నలకు ఒక్కో దానికి 4 పేజీలకు మించని జవాబులు వ్రాయుము.

3. a) Using truth table, verify  $[(p \rightarrow q) \wedge \neg q] \rightarrow \neg p$ . 15M  
 $[(p \rightarrow q) \wedge \neg q] \rightarrow \neg p$  ను సత్య పట్టిక ఉపయోగించి సరి చూడుము.  
**OR(లేదా)**
- b) Show that  $(p \vee q) \rightarrow [q \rightarrow q]$  is tautology. 15M  
 నిత్య సత్యమని నిరూపించుము.
4. a) Show that  $\overline{A \Delta B} = \overline{A} \Delta \overline{B} = A \Delta \overline{B}$ . 15M  
 $\overline{A \Delta B} = \overline{A} \Delta \overline{B} = A \Delta \overline{B}$  అని చూపుము.  
**OR(లేదా)**
- b) Let X be a random variable with the following probability distribution. 15M  
 X అనే యాదృచ్ఛిక చలరాశి కింది సంభావ్యతా విభాజనాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

x	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	$\frac{K}{2}$	K	K	K	$\frac{K}{2}$

Find (i) K (ii)  $P(X \leq 3)$  (iii)  $P(X > 2)$ .(i) K (ii)  $P(X \leq 3)$  (iii)  $P(X > 2)$  అను కనుగొనుము.

**FACULTY OF SCIENCE**  
**B.Sc., I-Semester (Regular/Backlog) Examinations, December-2023**  
 (2019, 2020, 2021, 2022 & 2023 Batches)

**MATHEMATICS**

**Paper-I**

**Differential and Integral Calculus**

**Time: 3 Hours**

**Max. Marks: 80**

**Section - A (Short Answer Questions)**

**8 x 4=32M**

**Note:** Answer any **Eight** of the following questions not exceeding 20 lines each.

సూచన: క్రింది వానిలో ఏవేని ఎనిమిది ప్రశ్నలకు ఒక్కోదానికి 20 పంక్తులకు మించని జవాబు వ్రాయుము.

1. If  $u = 3(lx + my + nz)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$  and  $l^2 + m^2 + n^2 = 1$  then show that  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$ . 4M  
 $u = 3(lx + my + nz)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$  మరియు  $l^2 + m^2 + n^2 = 1$  అయితే  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$  అని చూపండి.
2. If  $z = f(x + ay) + g(x - ay)$  then show that  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ . 4M  
 $z = f(x + ay) + g(x - ay)$  అయితే  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  అని చూపండి.
3. Verify Euler's theorem for  $z = (x^2 + xy + y^2)^{-1}$ . 4M  
 $z = (x^2 + xy + y^2)^{-1}$  కు ఐలర్ సిద్ధాంతమును సరిచూడండి.
4. Find  $\frac{dz}{dt}$  if  $z = xy^2 + x^2y$ ,  $x = at^2$ ,  $y = 2at$ . 4M  
 $z = xy^2 + x^2y$ ,  $x = at^2$ ,  $y = 2at$  అయితే  $\frac{dz}{dt}$  ను కనుగొనండి.
5. If  $z = z(x, y)$  and  $x = e^u + e^{-v}$ ,  $y = e^{-u} - e^v$ , then prove that  $\frac{\partial z}{\partial u} - \frac{\partial z}{\partial v} = x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y}$ . 4M  
 $z = z(x, y)$  మరియు  $x = e^u + e^{-v}$ ,  $y = e^{-u} - e^v$ , అయితే  $\frac{\partial z}{\partial u} - \frac{\partial z}{\partial v} = x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y}$  అని చూపండి.
6. State Taylor's theorem for function of two variables. 4M  
 రెండు చలరాశుల ప్రమేయానికి టేలర్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించండి.
7. Find  $\frac{ds}{dt}$  for the curve  $r = a(1 + \cos t)$ . 4M  
 $r = a(1 + \cos t)$  వక్రానికి  $\frac{ds}{dt}$  ను కనుగొనండి.
8. Define radius of curvature. 4M  
 వక్రతా వ్యాసార్థమును నిర్వచించండి.

::2::

9. For the parametric curve  $x = F(t)$ ,  $y = F(t)$ , show that  $\frac{ds}{dt} = \left[ \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ . 4M

$x = F(t)$ ,  $y = F(t)$  పరామితీయ వక్రానికి  $\frac{ds}{dt} = \left[ \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$  అని చూపండి.

10. Find the length of the perimeter of the curve  $r = a \cos \theta$ . 4M  
 $r = a \cos \theta$  వక్రపు చుట్టుకొలత యొక్క పొడవును కనుగొనండి.

11. Find the perimeter of the circle  $x = a \cos \theta$ ,  $y = a \sin \theta$ . 4M  
 $x = a \cos \theta$ ,  $y = a \sin \theta$  వృత్త చుట్టు కొలత పొడవును కనుగొనండి.

12. Show that the length of the curve  $y = \log \sec x$  between the points  $x = 0$  and  $x = \frac{\pi}{3}$  is  $\log(2 + \sqrt{3})$ . 4M  
 $y = \log \sec x$  వక్రానికి  $x = 0$  మరియు  $x = \frac{\pi}{3}$  బిందువుల మధ్య గల పొడవు  $\log(2 + \sqrt{3})$  అని చూపండి.

## Section - B (Essay Answer Questions)

4 x 12 = 48M

**Note:** Answer the following questions in not exceeding 4 pages each.

సూచన: క్రింది ప్రశ్నలకు ఒక్కో దానికి 4 పేజీలకు మించని జవాబు వ్రాయుము.

13. a) If  $u = \sin^{-1} \left( \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right)$ , then show that  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ . 12M

$u = \sin^{-1} \left( \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right)$ , అయితే  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$  అని చూపండి.

OR(లేదా)

- b) If  $\sin u = \frac{x+2y+3z}{(x^8+y^8+z^8)^{\frac{1}{2}}}$  then show that  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} + 3 \tan u = 0$ . 12M

$\sin u = \frac{x+2y+3z}{(x^8+y^8+z^8)^{\frac{1}{2}}}$  అయితే  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} + 3 \tan u = 0$  అని చూపండి.

14. a) If  $H = f(y-z, z-x, x-y)$ , prove that  $\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0$ . 12M

$H = f(y-z, z-x, x-y)$ , అయితే  $\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0$  అని చూపండి.

OR(లేదా)

- b) State and prove Taylor's theorem for a function of two variables.

ద్వి చలరాశులలో టేలర్ సిద్ధాంతంను ప్రవచించి, నిరూపించండి.

12M



::3::

15. a) If  $x = a(t + \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$ , then show that  $p = 4a \cos\left(\frac{1}{2}t\right)$ . 12M

$x = a(t + \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$  వక్రానికి  $p = 4a \cos\left(\frac{1}{2}t\right)$  అని చూపండి.

OR(లేదా)

- b) Obtain the evolute of the parabola  $y^2 = 4ax$ . 12M

$y^2 = 4ax$  పరావలయానికి కేంద్రజమును కనుగొనండి.

16. a) Find the volume of the solid generated by revolving the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  about  $x$ -axis. 12M

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  దీర్ఘవృత్తాన్ని  $x$ - అక్షము చుట్టు బ్రమణముచే జనితమైన ఘన పదార్థపు ఘణపరిమానము కనుగొనండి.

OR(లేదా)

- b) Find the volume of the right circular cone of height  $h$  base of radius  $a$ . 12M

$h$  ఎత్తు కలిగి భూ వ్యాసార్థము  $a$  గల లంబవర్తుల శంఖువు ఘణపరిమానము కనుగొనండి.

❖❖❖

**FACULTY OF SCIENCE**  
**B.Sc., I-Semester (Regular/Backlog) Examinations, December-2023**  
 (2019, 2020, 2021, 2022 & 2023 Batches)

**MATHEMATICS**  
**Paper-I**  
**Differential and Integral Calculus**

Time: 3 Hours

Max. Marks: 80

## Section - A (Short Answer Questions)

8 x 4=32M

**Note:** Answer any **Eight** of the following questions not exceeding 20 lines each.

నూచన: క్రింది వానిలో ఏవేని ఎనిమిది ప్రశ్నలకు ఒక్కోదానికి 20 పంక్తులకు మించని జవాబు వ్రాయుము.

1. If  $u = 3(lx + my + nz)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$  and  $l^2 + m^2 + n^2 = 1$  then show that  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$ . 4M  
 $u = 3(lx + my + nz)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$  మరియు  $l^2 + m^2 + n^2 = 1$  అయితే  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$  అని చూపండి.
2. If  $z = f(x + ay) + g(x - ay)$  then show that  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ . 4M  
 $z = f(x + ay) + g(x - ay)$  అయితే  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  అని చూపండి.
3. Verify Euler's theorem for  $z = (x^2 + xy + y^2)^{-1}$ . 4M  
 $z = (x^2 + xy + y^2)^{-1}$  కు ఐల్ థీరమ్ నిరూపించండి.
4. Find  $\frac{dz}{dt}$  if  $z = xy^2 + x^2y$ ,  $x = at^2$ ,  $y = 2at$ . 4M  
 $z = xy^2 + x^2y$ ,  $x = at^2$ ,  $y = 2at$  అయితే  $\frac{dz}{dt}$  ను కనుగొనండి.
5. If  $z = z(x, y)$  and  $x = e^u + e^{-v}$ ,  $y = e^{-u} - e^v$ , then prove that  $\frac{\partial z}{\partial u} - \frac{\partial z}{\partial v} = x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y}$ . 4M  
 $z = z(x, y)$  మరియు  $x = e^u + e^{-v}$ ,  $y = e^{-u} - e^v$ , అయితే  $\frac{\partial z}{\partial u} - \frac{\partial z}{\partial v} = x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y}$  అని చూపండి.
6. State Taylor's theorem for function of two variables. 4M  
 రెండు చలరాశుల ప్రమేయానికి టేలర్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించండి.
7. Find  $\frac{ds}{dt}$  for the curve  $r = a(1 + \cos t)$ . 4M  
 $r = a(1 + \cos t)$  వక్రానికి  $\frac{ds}{dt}$  ను కనుగొనండి.
8. Define radius of curvature. 4M  
 వక్రతా వ్యాసార్థమును నిర్వచించండి.

::2::

9. For the parametric curve  $x = F(t)$ ,  $y = F(t)$ , show that  $\frac{ds}{dt} = \left[ \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ . 4M

$x = F(t)$ ,  $y = F(t)$  పరామితీయ వక్రానికి  $\frac{ds}{dt} = \left[ \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$  అని చూపండి.

10. Find the length of the perimeter of the curve  $r = a \cos \theta$ . 4M  
 $r = a \cos \theta$  వక్రపు చుట్టుకొలత యొక్క పొడవును కనుగొనండి.

11. Find the perimeter of the circle  $x = a \cos \theta$ ,  $y = a \sin \theta$ . 4M  
 $x = a \cos \theta$ ,  $y = a \sin \theta$  వృత్త చుట్టు కొలత పొడవును కనుగొనండి.

12. Show that the length of the curve  $y = \log \sec x$  between the points  $x=0$  and  $x = \frac{\pi}{3}$  is  $\log(2 + \sqrt{3})$ . 4M

$y = \log \sec x$  వక్రానికి  $x=0$  మరియు  $x = \frac{\pi}{3}$  బిందువుల మధ్య గల పొడవు  $\log(2 + \sqrt{3})$  అని చూపండి.

## Section - B (Essay Answer Questions)

4 x 12=48M

**Note:** Answer the following questions in not exceeding 4 pages each.

సూచన: క్రింది ప్రశ్నలకు ఒక్కో దానికి 4 పేజీలకు మించని జవాబు వ్రాయుము.

13. a) If  $u = \sin^{-1} \left( \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right)$ , then show that  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ . 12M

$u = \sin^{-1} \left( \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \right)$ , అయితే  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$  అని చూపండి.

OR(లేదా)

- b) If  $\sin u = \frac{x+2y+3z}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{1}{2}}}$  then show that  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} + 3 \tan u = 0$ . 12M

$\sin u = \frac{x+2y+3z}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{1}{2}}}$  అయితే  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} + 3 \tan u = 0$  అని చూపండి.

14. a) If  $H = f(y-z, z-x, x-y)$ , prove that  $\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0$ . 12M

$H = f(y-z, z-x, x-y)$ , అయితే  $\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0$  అని చూపండి.

OR(లేదా)

- b) State and prove Taylor's theorem for a function of two variables.

ద్వి చలరాశులలో టేలర్ సిద్ధాంతంను ప్రవచించి, నిరూపించండి.

12M



::3::

15. a) If  $x = a(t + \sin t)$ ,  $y = a(1 - \cos t)$ , then show that  $p = 4a \cos\left(\frac{1}{2}t\right)$ . 12M

$$x = a(t + \sin t), y = a(1 - \cos t) \text{ పక్షానికి } p = 4a \cos\left(\frac{1}{2}t\right) \text{ అని చూపండి.}$$

OR(లేదా)

- b) Obtain the evolute of the parabola  $y^2 = 4ax$ . 12M  
 $y^2 = 4ax$  పరావలయానికి కేంద్రజమును కనుగొనండి.

16. a) Find the volume of the solid generated by revolving the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  about  $x$ -axis. 12M

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ దీర్ఘవృత్తాన్ని } x\text{- అక్షము చుట్టు బ్రమణముచే జనితమైన ఘన పదార్థపు ఘణపరిమాణము కనుగొనండి.}$$

OR(లేదా)

- b) Find the volume of the right circular cone of height  $h$  base of radius  $a$ . 12M  
 $h$  ఎత్తు కలిగి భూ వ్యాసార్థము  $a$  గల లంబవర్తుల శంఖువు ఘణపరిమాణము కనుగొనండి.

❖❖❖

**FACULTY OF SCIENCE**  
**B.Sc., II-Semester (Backlog) Examinations, June-2022**  
**Mathematics**  
 (2019 & 2020 Batches)  
**Paper-II**  
**Differential Equations**

Time: 3 hours

Max Marks: 80

## Section-A (Short Answer Questions)

8x4=32M

**Note:** Answer any **Eight** of the following questions in not exceeding 20 lines each.

సూచన: క్రింది వానిలో ఏవేని ఎనిమిది ప్రశ్నలకు ఒక్కోదానికి 20 పంక్తులకు మించని జవాబు వ్రాయుము.

1. Solve  $\sqrt{1-x^2} \sin^{-1} x \, dy + y \, dx = 0$ .

$\sqrt{1-x^2} \sin^{-1} x \, dy + y \, dx = 0$  ను సాధించుము.

2. Solve  $\frac{dy}{dx} - x \tan(y-x) = 1$ .

$\frac{dy}{dx} - x \tan(y-x) = 1$  ను సాధించుము.

3. Solve  $\frac{dx}{1+x} = \frac{dy}{1+y} = \frac{dz}{z}$ .

$\frac{dx}{1+x} = \frac{dy}{1+y} = \frac{dz}{z}$  ను సాధించుము.

4. Solve  $4y^2 p^2 + 2xyp(3x+1) + 3x^3 = 0$  where  $p = \frac{dy}{dx}$ .

$p = \frac{dy}{dx}$  అయిన  $4y^2 p^2 + 2xyp(3x+1) + 3x^3 = 0$  ను సాధించుము.

5. Solve  $x^2 + xp^2 = yp$ .

$x^2 + xp^2 = yp$  ను సాధించుము.

6. Find the orthogonal trajectories of the family of curves  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ . Where  $a$  is the parameter.

$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$  ను పరామితిగా కలిగిన వక్రాల కుటుంబంనకు లంబ సంఛేదాలను కనుగొనండి.

7. Solve  $y'' + 16y = e^{-3x} + e^{4x}$ .

$y'' + 16y = e^{-3x} + e^{4x}$  ను సాధించుము.

8. Solve  $y'' - 8y' + 9y = 8 \cos 5x$ .

$y'' - 8y' + 9y = 8 \cos 5x$  ను సాధించుము.

9. Solve  $y'' + 3y' - 4y = x^2 - 2x$ .

$y'' + 3y' - 4y = x^2 - 2x$  ను సాధించుము.

10. Solve  $x^2 y'' - xy' + y = 2 \log x$ .

$x^2 y'' - xy' + y = 2 \log x$  ను సాధించుము.

::2::

11. Find a partial differential equation, by eliminating the arbitrary function  $f$  from  $z = f(x^2 - y^2)$ .

$z = f(x^2 - y^2)$  నుంచి యాదృచ్ఛిక ప్రమేయం  $f$  ను తొలగించగా ఏర్పడు పాక్షిక అవకలన సమీకరణాన్ని కనుగొనుము.

12. Solve  $p^2 + y = q^2 + x$ .

$p^2 + y = q^2 + x$  ను సాధించుము.

## Section-B (Essay Answer Questions)

4x12=48M

**Note:** Answer the following questions in not exceeding 4 pages each.

సూచన: క్రింది ప్రశ్నలకు ఒక్కో దానికి 4 పేజీలకు మించని జవాబు వ్రాయుము.

13. a) Solve  $(x^2y^3 + xy)dy - dx = 0$ .

$(x^2y^3 + xy)dy - dx = 0$  ను సాధించుము.

OR(లేదా)

b) Solve  $\left(y + \frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{2}x^2\right)dx + \frac{1}{4}(x + xy^2)dy = 0$ .

$\left(y + \frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{2}x^2\right)dx + \frac{1}{4}(x + xy^2)dy = 0$  ను సాధించుము.

14. a) Solve  $y + px = x^4p^2$ .

$y + px = x^4p^2$  ను సాధించుము.

OR(లేదా)

b) Solve  $xp^3 = a + bp$ .

$xp^3 = a + bp$  ను సాధించుము.

15. a) Solve  $y'' - 9y = e^{3x} \cos x + xe^x$ .

$y'' - 9y = e^{3x} \cos x + xe^x$  ను సాధించుము.

OR(లేదా)

b) Solve  $y'' + 2y' + y = xe^{-x} + \sin x$  by using the method of undetermined coefficients.

అనిర్ధారిత గుణకాల పద్ధతిని ఉపయోగించి  $y'' + 2y' + y = xe^{-x} + \sin x$  ను సాధించుము.

16. a) Using the method of variation of parameters, solve  $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}$ .

పరామితుల మార్పు పద్ధతిన  $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}$  ను సాధించుము.

OR(లేదా)

b) i) Solve  $p^3 + q^3 = 27z$ .

$p^3 + q^3 = 27z$  ను సాధించుము.

ii) Solve  $pqxy = z^2$ .

$pqxy = z^2$  ను సాధించుము.

❖❖❖



**FACULTY OF SCIENCE**  
**B.Sc., VI-Semester (Regular) Examinations, June-2022**  
**Mathematics**  
*(2019 Batch)*  
**Paper-VI(B)**  
**Integral Transforms**

Time: 3 hours

Max Marks: 80

**Section-A (Short Answer Questions)**

8x4=32M

**Note:** Answer any **Eight** of the following questions in not exceeding 20 lines each.

నూచన: క్రింది వానిలో ఏవేని ఎనిమిది ప్రశ్నలకు ఒక్కొక్కదానికి 20 పంక్తులకు మించని జవాబు వ్రాయుము.

1. Find  $L\{F(t)\}$  if  $F(t) = \begin{cases} 0, & 0 < t < 1 \\ t, & 1 < t < 2 \\ 0, & t > 2 \end{cases}$

$F(t) = \begin{cases} 0, & 0 < t < 1 \\ t, & 1 < t < 2 \\ 0, & t > 2 \end{cases}$  అయితే  $L\{F(t)\}$  ను కనుగొనండి.

2. Find  $L(\sin \sqrt{t})$ .

$L(\sin \sqrt{t})$  ను కనుగొనుము.

3. Evaluate  $\int_0^{\infty} te^{2t} \cos t \, dt$ .

$\int_0^{\infty} te^{2t} \cos t \, dt$  ని గణించండి.

4. State and prove linear property of inverse Laplace transforms.

విలోమ లాప్లాస్ యిన్ పరివర్తనం యొక్క ఋజుధర్మంను నిర్వచించి, నిరూపించండి.

5. Show that  $L^{-1}\left\{\frac{1}{p} \sin \frac{1}{p}\right\} = t - \frac{t^3}{(3!)^2} + \frac{t^5}{(5!)^2} - \frac{t^7}{(7!)^2} + \dots$

$L^{-1}\left\{\frac{1}{p} \sin \frac{1}{p}\right\} = t - \frac{t^3}{(3!)^2} + \frac{t^5}{(5!)^2} - \frac{t^7}{(7!)^2} + \dots$  అని చూపండి.

6. Evaluate  $L^{-1}\left\{\frac{e^{-5p}}{(p-2)^4}\right\}$ .

$L^{-1}\left\{\frac{e^{-5p}}{(p-2)^4}\right\}$  ను గణించండి.

7. Solve  $(D^2 + 1)y = 0$ ,  $t > 0$   $y = 1$ ,  $Dy = 1$  when  $t = 0$ .

$t = 0$  అయినపుడు  $y = 1$ ,  $Dy = 1$  అయితే  $(D^2 + 1)y = 0$ ,  $t > 0$  ను సాధించండి.

::2::

8. Solve  $ty'' + y'' + 4ty = 0$  when  $y(0) = 5, y(\infty) = 0$ .

$y(0) = 5, y(\infty) = 0$  అయినపుడు  $ty'' + y'' + 4ty = 0$  ను సాధించండి.

9.  $y(x, t)$  is a function of  $x, t$ . Then prove that  $L\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right) = P \bar{y}(x, p) - y(x, 0)$ .

$y(x, t)$  అనేది  $x, t$  లలో ప్రమేయం అయినపుడు  $L\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right) = P \bar{y}(x, p) - y(x, 0)$  అని నిరూపించండి.

10. Find Fourier transform of  $F(x)$  defined by  $F(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } |x| < a \\ 0, & \text{if } |x| > a \end{cases}$

$F(x) = \begin{cases} 1, & |x| < a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$  అయితే  $F(x)$  కు ఫోరియర్ పరివర్తనం కనుగొనండి.

11. Explain Dirichlet's conditions.

డిరిచ్లెట్ నియమాలను వివరించండి.

12. Find the Fourier sine transform of  $f(x) = \frac{1}{x}$ .

$f(x) = \frac{1}{x}$  యొక్క ఫోరియర్ సైన్ పరివర్తనంను కనుగొనుము.

### Section-B (Essay Answer Questions)

**Note:** Answer the following questions in not exceeding 4 pages each.  
సూచన: క్రింది ప్రశ్నలకు ఒక్కో దానికి 4 పేజీలకు మించని జవాబు వ్రాయుము.

4x12=48M

13. a) State and prove Initial Value theorem.

తొలి విలువ సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి, నిరూపించండి.

OR(లేదా)

b) Show that  $L\left\{\frac{\cos \sqrt{t}}{\sqrt{t}}\right\} = \sqrt{\frac{\pi}{p}} e^{-\frac{1}{4p}}$ .

$L\left\{\frac{\cos \sqrt{t}}{\sqrt{t}}\right\} = \sqrt{\frac{\pi}{p}} e^{-\frac{1}{4p}}$  అని చూపండి.

14. a) State and prove Heavisides expansion formula.

హీవిసైడ్ విస్తరణ సూత్రం ప్రవచించి నిరూపించండి.

OR(లేదా)

b) Evaluate  $L^{-1}\left\{\frac{p}{(p^2 + a^2)^2}\right\}$  by convolution theorem.

అంతర సిద్ధాంతం (convolution theorem) ను ఉపయోగించి  $L^{-1}\left\{\frac{p}{(p^2 + a^2)^2}\right\}$  ను గణించండి.

::3::

15. a) Solve  $(D-2)x - (D+1)y = 6e^{3t}$ ,  $(2D-3)x + (D-3)y = 6e^{3t}$ . Given that  $y(x, 0) = 30 \cos 5x$ .  
 $y(x, 0) = 30 \cos 5x$  అయినపుడు  $(D-2)x - (D+1)y = 6e^{3t}$ ,  $(2D-3)x + (D-3)y = 6e^{3t}$   
ను సాధించండి.

OR(లేదా)

- b) Solve  $\frac{\partial y}{\partial t} = 3 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$  where  $x(0) = 3, y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0, \left[\frac{\partial y}{\partial x}\right]_{x=0} = 0$ .  
 $\frac{\partial y}{\partial t} = 3 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$  ను సాధించండి. ఇక్కడ  $x(0) = 3, y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}, t\right) = 0, \left[\frac{\partial y}{\partial x}\right]_{x=0} = 0$ .

16. a) Find Fourier transform of  $F(x) = \begin{cases} 1-x^2, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$

$$F(x) = \begin{cases} 1-x^2, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases} \text{ కు ఫోరియర్ పరివర్తనంను కనుగొనండి.}$$

OR(లేదా)

- b) State and prove Parseval's identity.  
పార్సెవెల్ నియమాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

❖❖❖



**FACULTY OF SCIENCE**  
**B.Sc., IV-Semester (Backlog) Examinations, June-2022**  
**MATHEMATICS**  
 (2019 Batch)  
**Paper-IV**  
**Algebra**

Time: 3 hours

Max Marks: 80

**Section-A (Short Answer Questions)****8x4=32M**

**Note:** Answer any **Eight** of the following questions in not exceeding 20 lines each.

సూచన: క్రింది వానిలో ఏవేని ఎనిమిది ప్రశ్నలకు ఒక్కోదానికి 20 పంక్తులకు మించని జవాబు వ్రాయుము.

1. Show that  $GL(2, \mathbb{R})$  is group with respect to matrix multiplication.  
మాత్రిక గుణకారం దృష్ట్యా  $GL(2, \mathbb{R})$  సమూహం అని చూపండి.
2. Prove that a group  $G$  is abelian if and only if  $(ab)^2 = a^2b^2 \quad \forall a, b \in G$ .  
సమూహం  $G$  వినిమయం కావడానికి అవశ్యక పర్యాప్త నియమం ప్రతి  $a, b \in G$  కి  $(ab)^2 = a^2b^2$  అని నిరూపించుము.
3. Let  $G$  be a group and  $a \in G$ . Prove that  $\langle a^{-1} \rangle = \langle a \rangle$ .  
 $G$  ఏదేని సమూహం అని,  $a \in G$  గా తీసుకొనుము. అప్పుడు  $\langle a^{-1} \rangle = \langle a \rangle$  అని నిరూపించుము.
4. If  $\beta \in S_7$ , and  $\beta = (2\ 1\ 4\ 3\ 5\ 6\ 7)$  then find  $\beta$ .  
 $\beta \in S_7$  మరియు  $\beta = (2\ 1\ 4\ 3\ 5\ 6\ 7)$  అయినపుడు  $\beta$  ను కనుగొనుము.
5. Show that  $U(10) \neq U(12)$ .  
 $U(10) \neq U(12)$  అని నిరూపించుము.
6. If  $G$  is a group, prove that  $Aut(G)$  is group.  
 $G$  సమూహం అయితే  $Aut(G)$  సమూహం అని చూపండి.
7. Prove that a factor group of an abelian group is abelian.  
వినిమయ సమూహం యొక్క వ్యుత్పన్న సమూహం వినిమయం అని నిరూపించుము.
8. Show that every finite integral domain is a field.  
ప్రతి పరిమిత పూర్ణాంక ప్రదేశము క్షేత్రమని నిరూపించుము.
9. Define Ring and Subring.  
వలయం మరియు ఉపవలయంలను నిర్వచించండి.
10. Prove that the only ideals of a field  $F$  are  $(0)$  and  $F$  only.  
ఏదేని క్షేత్రము  $F$  నకు  $(0)$  మరియు  $F$  లు మాత్రమే ఆదర్శాలని నిరూపించుము.
11. Determine all ring homomorphisms from  $\mathbb{Z}$  to  $\mathbb{Z}$ .  
 $\mathbb{Z}$  నుంచి  $\mathbb{Z}$  నకు గల వలయ సమరూపతలను నిర్ధారించుము.

12. Show that the ideal  $\langle x^2 + 1 \rangle$  is maximal ideal in the ring  $\mathbb{R}[x]$ .  
వలయం  $\mathbb{R}[x]$  లో  $\langle x^2 + 1 \rangle$  అనే ఆదర్శం అధికతమమని నిరూపించండి

**Section-B (Essay Answer Questions)**

4x12=48M

**Note:** Answer the following questions in not exceeding 4 pages each.

సూచన: క్రింది ప్రశ్నలకు ఒక్కో దానికి 4 పేజీలకు మించని జవాబు వ్రాయుము.

13. a) Let  $G$  be a group and  $H$  is a non empty subset of  $G$  if and only if  $ab^{-1} \in H$  whenever  $a, b \in H$ .

$G$  ఏదేని ఒక సమూహమని,  $H$ ,  $G$  నకు ఒక శూన్యేతర ఉపసమితి అని అనుకొనుము. సమూహం  $G$  నకు  $H$  ఉపసమూహం కావడానికి ప్రతి  $a, b \in H$  నకు,  $ab^{-1} \in H$  అనేది అవశ్యక పర్యాప్తమని నిరూపించుము.

**OR(లేదా)**

- b) Let  $G = \langle a \rangle$  be a cyclic group of order  $n$ . Then show that  $G = \langle a^k \rangle$  if and only if  $\gcd(k, n) = 1$ .

$n$  ను తరగతిగా కలిగిన చక్రీయ సమూహం  $G = \langle a \rangle$  గా తీసుకొనుము.  $G = \langle a^k \rangle$  కావడానికి అవశ్యక పర్యాప్తనియమం గ.సా.భా.  $(k, n) = 1$  అని నిరూపించండి.

14. a) Show that every permutation of a finite set can be written as a cycle or as a product of disjoint cycles.

పరిమిత సమూహం యొక్క ప్రతి ప్రస్తారాన్ని చక్రీయ ప్రస్తారంగా లేదా విభిన్న చక్రీయ ప్రస్తారాల లబ్ధంగా రాయవచ్చని నిరూపించండి.

**OR(లేదా)**

- b) State and prove Lagrange's theorem.

లెగ్రాంజి సిద్ధాంతంను నిర్వచించి నిరూపించండి.

15. a) i) Let  $G$  be a group and  $Z(G)$  be the center of  $G$ . If  $\frac{G}{Z(G)}$  is cyclic then show that  $G$  is abelian.

$G$  ఏదేని సమూహమని,  $Z(G)$  ని సమూహం  $G$  యొక్క కేంద్రమని అనుకొనుము.  $\frac{G}{Z(G)}$  చక్రీయం అయితే

$G$  వినిమయమని నిరూపించుము.

- ii) Prove that  $A_n$  is a normal subgroup of the group  $S_n$ .

సమూహం  $S_n$  కు  $A_n$  ఒక అభిలంబ ఉపసమూహం అవుతుందని నిరూపించండి.

**OR(లేదా)**

- b) State and prove the first isomorphism theorem of groups.

సమూహాలపై మొదటి తుల్యరూపత సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

16. a) Let  $R$  be a commutative ring with unity and  $A$  be an ideal of  $R$ . Then show that  $\frac{R}{A}$  is an integral domain if and only if  $A$  is a prime ideal of  $R$ .

ఒక తత్వమ సహిత వినిమయ వలయము  $R$  నకు  $A$  ఒక ఆదర్శం అనుకొనుము.  $\frac{R}{A}$  పూర్ణాంక ప్రదేశం

కావడానికి అవశ్యక పర్యాప్త నియమం  $A$  అనేది  $R$  నకు ఒక అభాజ్య ఆదర్శం అని నిరూపించుము.

**OR(లేదా)**

::3::

- b) i) Let  $\phi: R \rightarrow S$  be a onto ring homomorphism.  $A, B$  are ideals of  $R$  and  $S$ . Then show that if  $R$  has unity 1,  $S \neq \{0\}$ . Then show that  $\phi(1)$  is the unity of  $S$ .

$\phi: R \rightarrow S$  ను ఒక వలయ సంగ్రహ సమరూపత అని  $A, B$  లు వరుసగా  $R$  మరియు  $S$  లకు ఆదర్శాలనుకొనుము.  $S \neq \{0\}$  అవుతూ  $R$  లో తత్వము 1 ఉన్నప్పుడు  $\phi(1)$ ,  $S$  లో తత్వముని నిరూపించుము.

- ii) If  $A, B$  are any two ideals of a ring  $R$  then show that  $A+B = \{x+y/x \in A, y \in B\}$  is an ideal of  $R$ .

వలయం  $R$  లో  $A, B$  లు ఏవేని రెండు ఆదర్శాలు అయినప్పుడు,  $A+B = \{x+y/x \in A, y \in B\}$  వలయం  $R$  కు ఒక ఆదర్శం అవుతుందని నిరూపించండి.

❖❖❖

## FACULTY OF SCIENCE

B.Sc., V-Semester (Regular) Examinations, February/March-2022

## MATHEMATICS

## Paper-V

## Linear Algebra

Time: 3 Hours

Max. Marks: 80

## Section - A (Short Answer Questions)

8 x 4=32M

**Note:** Answer any **Eight** of the following questions not exceeding 20 lines each.

నూచన: క్రింది వానిలో ఏవేని ఎనిమిది ప్రశ్నలకు ఒక్కోదానికి 20 పంక్తులకు మించని జవాబు వ్రాయుము.

1. Prove that the set  $H = \left\{ \begin{pmatrix} s \\ t \\ 0 \end{pmatrix} / s, t \in \mathbb{R} \right\}$  is subspace of  $\mathbb{R}^3$ .

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} s \\ t \\ 0 \end{pmatrix} / s, t \in \mathbb{R} \right\} \text{ అనే సమితి } \mathbb{R}^3 \text{ నకు ఉపాంతరాళం అని చూపండి.}$$

2. Find the spanning set for the null space of the matrix  $A = \begin{bmatrix} -3 & 6 & -1 & 1 & -7 \\ 1 & -2 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & -4 & 5 & 8 & 4 \end{bmatrix}$ .

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 6 & -1 & 1 & -7 \\ 1 & -2 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & -4 & 5 & 8 & 4 \end{bmatrix} \text{ అనే మాత్రిక శూన్యాంతరాళం యొక్క వితస్త సమితిని కనుగొనుము.}$$

3. If  $b_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $b_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $x = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$  and  $B = \{b_1, b_2\}$  then find coordinate vector  $[x]_B$  of  $x$  relatively to basis  $B$ .

$$b_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, b_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \text{ మరియు } B = \{b_1, b_2\} \text{ అయితే } B \text{ ఆధారం దృష్ట్యా } x \text{ యొక్క నిరూపకంను కనుగొనుము.}$$

4. If  $A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 9 & -7 \\ -1 & 2 & -4 & 1 \\ 5 & -6 & 10 & 7 \end{bmatrix}$  then find Rank  $A$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 9 & -7 \\ -1 & 2 & -4 & 1 \\ 5 & -6 & 10 & 7 \end{bmatrix} \text{ అయితే } A \text{ యొక్క కోటి కనుగొనుము.}$$

$$\int_0^{\infty} e^{-ft} (t + \cos t) dt$$

$$P=2$$



::2::

5. Is  $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$  an eigen vector of  $\begin{bmatrix} 3 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 7 \\ 5 & 6 & 4 \end{bmatrix}$ ? If so find the Eigen value.

$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$  అనేది  $\begin{bmatrix} 3 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 7 \\ 5 & 6 & 4 \end{bmatrix}$  యొక్క లాక్షణిక సదిశనా? ఒకవేళ అయితే లాక్షణిక మూలం కనుగొనుము.

6. Find the characteristic equation of  $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 6 & -1 \\ 0 & 3 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 6 & -1 \\ 0 & 3 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  యొక్క లాక్షణిక సమీకరణంను కనుగొనుము.

7. If  $A = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.6 \\ 0.75 & 1.1 \end{bmatrix}$  then find Eigen values of matrix A .

$A = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.6 \\ 0.75 & 1.1 \end{bmatrix}$  అయితే మాత్రిక A యొక్క లాక్షణిక విలువలు కనుగొనుము.

8. Assume the mapping  $T : \mathbb{P}_2 \rightarrow \mathbb{P}_2$  defined by  $T(a_0 + a_1t + a_2t^2) = 3a_0 + (5a_0 - 2a_1)t + (4a_1 + a_2)t^2$  is linear. Find the matrix representation of T relative to the basis  $B = \{1, t, t^2\}$ .

$T : \mathbb{P}_2 \rightarrow \mathbb{P}_2$  అనే ప్రమేయం  $T(a_0 + a_1t + a_2t^2) = 3a_0 + (5a_0 - 2a_1)t + (4a_1 + a_2)t^2$  గా నిర్వచిస్తే  $B = \{1, t, t^2\}$  ఆధారం దృష్ట్యా T యొక్క పరివర్తన మాత్రికను కనుగొనుము.

9. Prove that the Eigen values of a triangular matrix are the entries on its main diagonal.  
త్రిభుజ మాత్రిక యొక్క లాక్షణిక విలువలు దాని యొక్క వికర్ణంలోని మూలకాలే అని నిరూపించండి.

10. If  $v = \{1, -2, 2, 0\}$  then find a unit vector  $u$  in the same direction as  $v$ .

$v = \{1, -2, 2, 0\}$  అయితే  $v$  యొక్క సదిశ దిశలో యూనిట్ సదిశ  $u$  ను కనుగొనుము.

11. Let  $u = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix}$  and  $v = \begin{bmatrix} -7 \\ -4 \\ 6 \end{bmatrix}$  then compute  $u \cdot v$ ,  $\|u\|^2$ ,  $\|v\|^2$  and  $\|u+v\|^2$ .

$u = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix}$ ,  $v = \begin{bmatrix} -7 \\ -4 \\ 6 \end{bmatrix}$  అయితే  $u \cdot v$ ,  $\|u\|^2$ ,  $\|v\|^2$  మరియు  $\|u+v\|^2$  లను నిర్ధారించుము.

12. State and prove Parallelogram law.

సమాంతర చతుర్భుజ నియమాన్ని నిర్వచించి, నిరూపించండి.

## Section - B (Essay Answer Questions)

4 x 12=48M

**Note:** Answer any **Four** of the following questions in not exceeding 4 pages each.

**సూచన:** క్రింది వానిలో ఏవేని నాలుగు ప్రశ్నలకు ఒక్కో దానికి 4 పేజీలకు మించని జవాబు వ్రాయుము.

13. Let  $H$  and  $K$  are subspaces of vector space  $V$ . Show that  $H \cap K$  and  $H+K$  are subspaces of vector space  $V$ . Is  $H \cup K$  subspace?  
 $H$  మరియు  $K$  లు సదిశాంతరాళం  $V$  యొక్క రెండు ఉపాంతరాళాలు అయితే  $H \cap K$  మరియు  $H+K$  లు ఉపాంతరాళాలు అని చూపండి.  $H \cup K$  ఉపాంతరాళమా?
14. Let  $H$  be a subspace of a finite dimensional vector space  $V$ . Any linearly independent set in  $H$  can be expanded, if necessary to a basis for  $H$  and  $\dim H \leq \dim V$ .  
 $H$  అనేది పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళం  $V$  కి ఉపాంతరాళం అయితే  $H$  లో ఏ ఋజుస్వతంత్ర సదిశ అయిన  $H$  కి ఆధారం అయ్యేలా పెంచగలము మరియు  $\dim H \leq \dim V$ .
15. State and prove Rank theorem.  
కోటి సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి, నిరూపించండి.
16. Let  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$  and  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$  be a bases of vector space  $V$ . Then there is unique  $n \times n$  matrix  $C \xleftarrow{P} B$  such that  $[x]_C = C \xleftarrow{P} B [x]_B$ .  
 $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$  మరియు  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$  అనేవి సదిశాంతరాళం  $V$  యొక్క ఆధారాలు అయితే  $[x]_C = C \xleftarrow{P} B [x]_B$  అయ్యేటట్లుగా  $C \xleftarrow{P} B$  అనే  $n \times n$  తరగతి గల మాత్రిక వ్యవస్థితం.
17. If  $v_1, v_2, \dots, v_r$  are Eigen vectors that corresponding to distinct Eigen values  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$  of  $n \times n$  matrix  $A$ , then the set  $\{v_1, v_2, \dots, v_r\}$  is linearly independent.  
 $v_1, v_2, \dots, v_r$  అనేవి  $n \times n$  తరగతి గల మాత్రిక  $A$  యొక్క లాక్షణిక విలువలు  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$  లకు అనురూపములైన లాక్షణిక సదిశలు అయితే  $\{v_1, v_2, \dots, v_r\}$  ఋజుస్వతంత్ర సమితి.
18. Find Eigen values and Eigen vector of  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$  and discuss the diagonalization of  $A$ . If  $A$  is diagonalization then find matrices  $P$  and  $D$  such that  $PAP^{-1}=D$   
 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$  యొక్క లాక్షణిక మూలాలు, లాక్షణిక సదిశలను కనుగొని వికర్ణీయతను చర్చించండి.  $A$  వికర్ణీయం అయితే  $PAP^{-1}=D$  అయ్యేటట్లుగా మాత్రిక  $P$  మరియు  $D$  లను కనుగొనుము.
19. State and prove orthogonal decomposition theorem.  
శిథిల లంబ సిద్ధాంతంను నిర్వచించి, నిరూపించండి.
20. Construct orthogonal basis for the vectors  $(2, 1, 3)$ ,  $(1, 2, 3)$ ,  $(1, 1, 1)$  in  $\mathbb{R}^3$ .  
 $\mathbb{R}^3$  లో  $(2, 1, 3)$ ,  $(1, 2, 3)$ ,  $(1, 1, 1)$  అను సదిశలకు లంబ సమితిని నిర్మించండి.

## FACULTY OF SCIENCE

B.Sc., I-Semester (Regular-Backlog) Examinations, February/March-2022  
MATHEMATICS

Paper-I

Differential and Integral Calculus

Time: 3 Hours

Max. Marks: 80

## Section - A (Short Answer Questions)

8 x 4=32M

**Note:** Answer any **Eight** of the following questions not exceeding 20 lines each.

నూచన: క్రింది వానిలో ఏవేని ఎనిమిది ప్రశ్నలకు ఒక్కోదానికి 20 పంక్తులకు మించని జవాబు వ్రాయుము.

1. If  $u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ ;  $x^2 + y^2 + z^2 \neq 0$  show that  $u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$ .

$u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ ;  $x^2 + y^2 + z^2 \neq 0$  కు  $u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$  అనిచూపండి.

2. If  $u = \log\left(\frac{x^4 + y^4}{x + y}\right)$  show by Euler's theorem that  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 3$ .

$u = \log\left(\frac{x^4 + y^4}{x + y}\right)$  అయితే  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 3$  అని చూపుము. ఐల్ థియోరమ్ను ఉపయోగించండి.

3. If  $u = \begin{vmatrix} x^2 & y^2 & z^2 \\ x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$  then find  $u_x + u_y + u_z$ .

$u = \begin{vmatrix} x^2 & y^2 & z^2 \\ x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$  అయితే  $u_x + u_y + u_z$  ను కనుగొనుము

4. If  $x = u + e^{-v} \sin u$ ,  $y = v + e^{-v} \cos u$  then show that  $\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}$ .

$x = u + e^{-v} \sin u$ ,  $y = v + e^{-v} \cos u$  అయితే  $\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}$  అని చూపండి.

5. Find the minimum value of  $x^2 + y^2 + z^2$  given that  $x + 2y - 4z = 5$ .

$x + 2y - 4z = 5$  అయినపుడు  $x^2 + y^2 + z^2$  కనిష్టవిలువ కనుగొనండి.

6. Explain briefly Lagrange's method of undetermined coefficient.

అనిర్ధార గుణకాల యొక్క లెగ్రాంజి పద్ధతిని సంక్షిప్తంగా వివరించండి.

7. Find the envelope of straight lines  $y = mx + \frac{a}{m}$ ,  $m$  is parameter.

$y = mx + \frac{a}{m}$ ,  $m$  పరామితి, రేఖలకు అవరణం కనుగొనండి.



::2::

8. State Taylor's theorem for the function of two variables.  
రెండు చలనరాసుల ప్రమేయానికి టేలర్ సిద్ధాంతంను ప్రవచించండి.
9. Define curvature and evaluate.  
వక్రత మరియు కేంద్రజములను నిర్వచించండి.
10. Show that the length of curve  $y = \log \sec x$  between  $x=0$  and  $x = \frac{\pi}{3}$  is  $\log(2 + \sqrt{3})$ .  
 $x=0$  మరియు  $x = \frac{\pi}{3}$  ల మధ్య  $y = \log \sec x$  వక్రానికి పొడవు  $\log(2 + \sqrt{3})$  అని చూపండి.
11. Find the area of a surface of sphere of radius  $r$ .  
 $r$  వ్యాసార్థముగల గోళము ఉపరితల వైశాల్యమును కనుగొనండి.
12. Find the length of the arc of catenary  $y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$  about  $X$ -axis.  
 $X$ -అక్షం ద్వారా  $y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$  అనే గొలుసు (కటెనరి) వక్రం యొక్క పొడవును కనుగొనండి.

## Section - B (Essay Answer Questions)

4 x 12=48M

**Note:** Answer any **Four** of the following questions in not exceeding 4 pages each.

సూచన: క్రింది వానిలో ఏవేని నాలుగు ప్రశ్నలకు ఒక్కో దానికి 4 పేజీలకు మించని జవాబు వ్రాయుము.

13. If  $\sin v = \frac{x+2y+3z}{\sqrt{x^8+y^8+z^8}}$  then show that  $x \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + z \frac{\partial v}{\partial z} + 3 \tan v = 0$ .

$\sin v = \frac{x+2y+3z}{\sqrt{x^8+y^8+z^8}}$  అయితే  $x \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + z \frac{\partial v}{\partial z} + 3 \tan v = 0$  అని చూపండి.

14. Verify Euler's theorem for (i)  $x = \sin^{-1} \frac{x}{y} + \tan^{-1} \frac{y}{x}$  (ii)  $z = x^n \log \frac{y}{x}$ .

(i)  $x = \sin^{-1} \frac{x}{y} + \tan^{-1} \frac{y}{x}$  (ii)  $z = x^n \log \frac{y}{x}$  లకు అయిల్ సిద్ధాంతం సరిచూడండి.

15. If  $f(x, y) = 0$ ,  $\phi(y, z) = 0$  then show that  $\frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dx} = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial y}$ .

$f(x, y) = 0$ ,  $\phi(y, z) = 0$  అయితే  $\frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dx} = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial y}$  అని చూపండి.

16. Prove that  $f_{xy}(0,0) \neq f_{yx}(0,0)$  for the function given by

$f(x, y) = \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}$ ;  $(x, y) \neq (0,0)$ ,  $f(0,0) = 0$

$f(x, y) = \frac{xy(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}$ ;  $(x, y) \neq (0,0)$ ,  $f(0,0) = 0$  చే నిర్వచితమైన ప్రమోయానికి  $f_{xy}(0,0) \neq f_{yx}(0,0)$

అని చూపండి.



::3::

17. For the curve  $x^3 + y^3 = 3axy$  then show that the curvature at  $\left(\frac{3a}{2}, \frac{3a}{2}\right)$  is  $\frac{-8\sqrt{2}}{3a}$ .

$x^3 + y^3 = 3axy$  వక్రానికి  $\left(\frac{3a}{2}, \frac{3a}{2}\right)$  వద్ద వక్రత  $\frac{-8\sqrt{2}}{3a}$  అనిచూపండి.

18. Find the radius of curvature of  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$  at the point where the line  $y = x$  cuts it.

$\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$  వక్రానికి  $y = x$  ఖండించే బిందువు వద్ద వక్రతావ్యాసార్థంను కనుగొనండి.

19. Find the volume of solid obtained by the Cardioid  $r = a(1 + \cos\theta)$  about the initial line.

ప్రధాన (మూల) రేఖ చుట్టు ఆవరించిఉన్న  $r = a(1 + \cos\theta)$  అనే హృదయభావం యొక్క ఘనపరిమాణం కనుగొనండి.

20. Find the whole length of the curve  $x = a \cos^3 t$ ,  $y = a \sin^3 t$ .

$x = a \cos^3 t$ ,  $y = a \sin^3 t$  వక్రము యొక్క మొత్తం పొడవు కనుగొనండి.

❖

## FACULTY OF SCIENCE

B.A./B.Sc., II-Semester (Regular) Examinations September/October-2021  
Mathematics

## Paper-II

## Differential Equations

Time: 2 Hours

Max. Marks: 80

4x20=80M

**Note:** Answer any **Four** of the following questions.

గమనిక: ఈ క్రింది వాటిలో ఏవేని నాలుగు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము.

1. The necessary and sufficient condition for the differential equation  $Mdx + Ndy = 0$  to be exact is that  $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ .

$Mdx + Ndy = 0$  అనే అవకలనీయ సమీకరణం యదార్థం కావడానికి అవశ్యక పర్యాప్త నియమం  $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ .

2. Define linear differential equations. Solve  $yzdx - 2xzdy + (xy - zy^3)dz = 0$ .

ఏకఘాత అవకలన సమీకరణాన్ని నిర్వచించండి.  $yzdx - 2xzdy + (xy - zy^3)dz = 0$  ను సాధించండి.

3. Explain solvable for  $x$ . And solve  $y = yp^2 + 2px$ .

$x$  కోసం సాధనను వివరించండి.  $y = yp^2 + 2px$  ను సాధించండి.

4. It is found that 0.5 percent of radium disappear in 12 years. i) What percentage will disappear in 1000 years? ii) What is the half-life of radium?

12 సంవత్సరాలలో 0.5 శాతం రేడియం అదృశ్యమవుతుందని కనుగొనబడింది.

i) 1000 సంవత్సరాలలో ఎంత శాతం అదృశ్యమవుతుంది? ii) రేడియం యొక్క సగం జీవితం ఏమిటి?

5. Define particular integral and solve  $(D^2 + 1)y = x^2 \sin 2x$ .

ప్రత్యేక సమాకలనిని నిర్వచించండి.  $(D^2 + 1)y = x^2 \sin 2x$  ను సాధించండి.

6. Solve  $(D^2 + 4D + 1)y = 4x^2 + 6e^x$  by method of undetermined coefficients.

అనిచ్చిత (అనిర్ధారిత) గుణకాల పద్ధతి ద్వారా  $(D^2 + 4D + 1)y = 4x^2 + 6e^x$  ను సాధించండి.

7. Find general solution of the linear differential equation

$$f_2(x) \frac{d^2y}{dx^2} + f_1(x) \frac{dy}{dx} + f_0(x)y = Q(x) \text{ and its related homogeneous equation}$$

$$f_2(x) \frac{d^2y}{dx^2} + f_1(x) \frac{dy}{dx} + f_0(x)y = 0 \text{ where } f_0(x), f_1(x), f_2(x) \text{ and } Q(x) \text{ are a continuous function of } x \text{ and } f_2(x) \neq 0.$$

$$f_2(x) \frac{d^2y}{dx^2} + f_1(x) \frac{dy}{dx} + f_0(x)y = Q(x) \text{ అనే సరళ అవకలన సమీకరణంనకు సంబంధించిన సమఘాతీయ}$$

$$\text{సమీకరణం } f_2(x) \frac{d^2y}{dx^2} + f_1(x) \frac{dy}{dx} + f_0(x)y = 0 \text{ అయినపుడు సాధారణ సాధన కనుగొనుము ఇక్కడ}$$

$$f_0(x), f_1(x), f_2(x) \text{ మరియు } Q(x) \text{ అనేవి } x \text{ లో అవిచ్ఛిన్న ప్రమేయాలు మరియు } f_2(x) \neq 0.$$

8. Solve  $x^4 \frac{d^3y}{dx^3} + 2x^3 \frac{d^2y}{dx^2} - x^2 \frac{dy}{dx} + xy = 1$ .

$$x^4 \frac{d^3y}{dx^3} + 2x^3 \frac{d^2y}{dx^2} - x^2 \frac{dy}{dx} + xy = 1 \text{ ను సాధించండి.}$$

**FACULTY OF SCIENCE**  
**B.A., B.Sc., I-Semester (Regular) Examinations, August-2021**  
**MATHEMATICS**

**Paper-I**  
**Differential and Integral Calculus**

Time: 2 Hours

Max. Marks: 80

**Note:** Answer any **Four** of the following questions.

4x20=80M

**గమనిక:** ఈ క్రింది వాటిలో ఏవేని నాలుగు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము.

1. State and prove Euler's theorem.  
యూలర్స్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.
2. i) Define continuity of a function of two variables.  
రెండు చరరాశుల ప్రమేయము యొక్క అవిచ్ఛిన్నతను నిర్వచించండి.  
ii) If  $u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$  then show that  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$ .  
 $u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$  అయితే  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$  అని చూపండి.
3. Find the extreme values of  $xy(a-x-y)$ .  
 $xy(a-x-y)$  యొక్క అంత్యమైన విలువను కనుగొనండి.
4. Find the minimum value of  $x^2 + y^2 + z^2$  when  $ax + by + cz = p$ .  
 $ax + by + cz = p$  అయినపుడు  $x^2 + y^2 + z^2$  యొక్క కనిష్ట విలువను కనుగొనండి.
5. Find radius of curvature of the curve  $x = a(\cos t + t \sin t)$ ,  $y = a(\sin t - t \cos t)$ .  
 $x = a(\cos t + t \sin t)$ ,  $y = a(\sin t - t \cos t)$  యొక్క వక్రత వ్యాసార్థాన్ని కనుగొనండి.
6. Find the evaluate of the parabola  $y^2 = 4ax$ .  
 $y^2 = 4ax$  పరావలయం యొక్క పరిమాణంను కనుగొనండి.
7. Find the volume of the solid obtained by revolving the lemniscates  $r^2 = a^2 \cos 2\theta$  about the initial line.  
ప్రారంభ రేఖ ద్వారా  $r^2 = a^2 \cos 2\theta$  ను తిప్పుడం ద్వారా పొందిన ఘన పరిమాణంను కనుగొనండి.
8. Find the perimeter of the cardioid  $r = a(1 - \cos \theta)$ .  
 $r = a(1 - \cos \theta)$  కార్డియోయిడ్ యొక్క చుట్టుకొలత కనుగొనండి.



**FACULTY OF SCIENCE**  
**B.Sc., VI-Semester (Regular-Backlog) Examinations, July/August-2021**  
**MATHEMATICS**  
**Paper-VIII**  
**Vector Calculus**

Time: 2 Hours

Max Marks: 60

3x20=60M

**Note:** Answer any **Three** questions not exceeding 4 pages each.

నూచన: క్రింది వానిలో ఏవేని మూడు ప్రశ్నలకు ఒక్కొక్కదానికి 4 పేజీలకు మించని జవాబులు వ్రాయుము.

1. Evaluate the surface integral of  $\vec{u} = (y, x^2, z^2)$  over the surface  $S$ , where  $S$  is the triangular surface on  $x=0$  with  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ ,  $y+z \leq 1$  with the normal  $\vec{n}$  directed in the positive  $x$ -direction.  
 $S$  అనేది  $x=0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ ,  $y+z \leq 1$  త్రికోణాకార ఉపరితలం అయితే  $\vec{u} = (y, x^2, z^2)$  కు ఉపరితల సమాకలనిని కనుక్కోండి. ఇక్కడ  $x$ -అక్షము ధనదిశలో అభిలంబము  $\vec{n}$ .
2. i) Evaluate the line integral  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ . Where  $\vec{F} = (5z^2, 2x, x+2y)$  and  $C$  is the curve  $x=t$ ,  $y=t^2$ ,  $z=t^2$ ,  $0 \leq t \leq 1$ .  
 $x=t$ ,  $y=t^2$ ,  $z=t^2$ ,  $0 \leq t \leq 1$  అనే వక్రము  $C$  వెంబడి  $\vec{F} = (5z^2, 2x, x+2y)$  అయితే  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$  కనుక్కోండి.  
 ii) Give the physical meaning of line integral.  
 రేఖాయ సమాకలని యొక్క భౌతిక శాస్త్ర వివరణ ఇవ్వండి.
3. i) Find  $\nabla \phi$  if  $\phi = x^2 + y^2 + z^2 + xy - 3x$ . What is the minimum value of  $\phi$ .  
 $\phi = x^2 + y^2 + z^2 + xy - 3x$  కు  $\nabla \phi$  కనుక్కోండి.  $\phi$  యొక్క కనిష్ట విలువను కనుక్కోండి.  
 ii) Find the unit normal to the surface  $x^2 + y^2 = z$  at  $(1,1,2)$ .  
 $x^2 + y^2 = z$  కు  $(1,1,2)$  వద్ద యూనిట్ అభిలంబం కనుక్కోండి.
4. Show that the vector field  $\vec{F} = (y^2z, -z^2 \sin y + 2xyz, 2z \cos y + y^2x)$  is irrotational and find the corresponding potential function.  
 $\vec{F} = (y^2z, -z^2 \sin y + 2xyz, 2z \cos y + y^2x)$  అనే సదిశ క్షేత్రం బ్రమణరహితమని చూపి సంబంధిత స్థితి ప్రమేయం కనుక్కోండి.
5. Give the physical interpretation of divergence. If  $\vec{F} = \text{grad}(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$  find  $\text{div} \vec{F}$  and  $\text{Curl} \vec{F}$ .  
 అపసరణ యొక్క భౌతికశాస్త్ర వివరణ ఇవ్వండి.  $\vec{F} = \text{grad}(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$  అయితే  $\text{div} \vec{F}$  మరియు  $\text{Curl} \vec{F}$  లను కనుక్కోండి.
6. Show that (i)  $\text{Curl}(\text{grad} \phi) = \vec{0}$  and (ii) For what values of the constants  $a$  and  $b$  the vector field  $\vec{F} = (y \cos x + axz, b \sin x + z, x^2 + y)$  is irrotational.  
 i)  $\text{Curl}(\text{grad} \phi) = \vec{0}$  అని చూపండి.  
 ii)  $a, b$  యొక్క ఏ విలువలకు  $\vec{F} = (y \cos x + axz, b \sin x + z, x^2 + y)$  బ్రమణరహితమో కనుక్కోండి.



## FACULTY OF SCIENCE

B.Sc., IV-Semester (Regular) Examinations, July/August-2021

## MATHEMATICS

## Paper-IV

## Algebra

Time: 2 Hours

Max. Marks: 80

**Note:** Answer any Four of the following questions.

4x20=80M

గమనిక: ఈ క్రింది వాటిలో ఏవేని నాలుగు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము.

1. i) Let none empty set  $H$  of  $G$  is subgroup of  $G$  if and only if  $ab^{-1} \in H \quad \forall a, b \in H$ .  
 $H$  అనే శూన్యేతర సమితి, సమూహం  $G$  కు ఉపసమూహం కావడానికి అవశ్యక పర్యాప్త నియమం  $ab^{-1} \in H \quad \forall a, b \in H$ .  
 ii) Show that the group  $U(14)$  is cyclic.  
 సమూహం  $U(14)$  చక్రీయమని నిరూపించుము.
2. i) Let  $G = \langle a \rangle$  and  $|a| = 24$  then find all the generators of  $G$ .  
 $G = \langle a \rangle$  మరియు  $|a| = 24$  గా గైకొనుము. అప్పుడు  $G$  యొక్క అన్ని జనక మూలకాలను కనుగొనుము.  
 ii) Let  $G$  be a group and  $a \in G$ . Then show that  $\langle a \rangle = \langle a^{-1} \rangle$ .  
 $G$  ఏదేని సమూహమని  $a \in G$  గా గైకొనుము. ఇప్పుడు  $\langle a \rangle = \langle a^{-1} \rangle$  అని నిరూపించుము.
3. State and prove Cayley's theorem.  
 కెయిలీ సిద్ధాంతంను ప్రవచించి, నిరూపించుము.
4. Let  $H$  be a subgroup of  $G$  and let  $a, b \in G$ . Then show that  
 i)  $|aH| = |bH|$  and ii)  $aH = bH \Leftrightarrow a^{-1}b \in H$ .  
 సమూహం  $G$  నకు  $H$  ఏదేని ఒక ఉపసమూహంగాను  $a, b \in G$  గా గైకొనుము. అప్పుడు క్రింది వాటిని నిరూపించండి.  
 i)  $|aH| = |bH|$  and ii)  $aH = bH \Leftrightarrow a^{-1}b \in H$ .
5. i) Show that every subgroup of an abelian group is normal.  
 వినిమయ సమూహం యొక్క ప్రతి ఉపసమూహం అభిలంబమవుతుందని నిరూపించుము.  
 ii) Show that the group  $A_4$  has no subgroup of order 6.  
 సమూహం  $A_4$  నకు 6 ను తరగతిగా కలిగిన ఉపసమూహం ఉండదని నిరూపించుము.
6. i) Define idempotent element in a ring  $R$ . Show that the only idempotent elements in an integral domain are 0 and 1.  
 వలయం  $R$  లో ఇధంప్రభవ మూలకాన్ని నిర్వచించుము. 0 మరియు 1 లు మాత్రమే ఏదేని పూర్ణాంక ప్రదేశంలోని అపవర్తిత మూలకాలని నిరూపించుము.  
 ii) Show that a field has no zero devisors.  
 క్షేత్రంలో శూన్య భాజకాలుండవని నిరూపించుము.
7. Let  $R$  be a commutative ring and  $A$  be an ideal of  $R$ . Then show that  $\frac{R}{A}$  is a field if and only if  $A$  is a maximal ideal of  $R$ .  
 $R$  ఒక వినిమయ వలయమని, మరియు  $A$  అనేది  $R$  నకు ఒక ఆదర్శమని అనుకొనుము.  
 $\frac{R}{A}$  క్షేత్రం కావడానికి అవశ్యక పర్యాప్త నియమం  $A$  ఒక అధికతమ ఆదర్శం అని నిరూపించుము.
8. State and prove first isomorphism theorem for rights.  
 వలయాలకు మొదటి తుల్య రూపత సిద్ధాంతంను నిర్వచించి, నిరూపించండి.

**FACULTY OF SCIENCE**  
**B.Sc., IV-Semester (Backlog) Examinations, July/August-2021**  
**MATHEMATICS**  
**Paper-IV**  
**Algebra**

Time: 2 Hours

Max. Marks: 80

**Note:** Answer any **Four** of the following questions.**4x20=80M**

గమనిక: ఈ క్రింది వాటిలో ఏవేని నాలుగు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము.

1. State and prove two step subgroup test.  
రెండు మెట్లు ఉపసమూహ పరీక్షను నిర్వచించి, నిరూపించండి.
2. Let  $G$  be a group and  $a \in G$ . If order of  $a$  is  $n$  then show that  $\langle a \rangle = \langle e, a, a^2, \dots, a^{n-1} \rangle$  and  $a^i = a^j \Leftrightarrow n \mid (i - j)$ .  
 $G$  ఒక సమూహము మరియు  $a \in G$  మూలకము  $a$  యొక్క తరగతి  $n$  అయితే  $\langle a \rangle = \langle e, a, a^2, \dots, a^{n-1} \rangle$  మరియు  $a^i = a^j \Leftrightarrow n \mid (i - j)$  అని చూపండి.
3. State and prove Cayley's theorem.  
కేయిలి సిద్ధాంతంను నిర్వచించి, నిరూపించండి.
4. Let  $\phi$  be a homomorphism from a group  $G$  to a group  $\bar{G}$  and let  $a \in G$ . Then prove that (i)  $|\phi(a)| \mid |a|$  if  $|a|$  is finite and (ii)  $\text{Ker} \phi$  is a subgroup of  $G$ .  
 $\phi$  అనేది సమూహము  $G$  నుండి  $\bar{G}$  కు ఒక సమరూపత మరియు  $a \in G$  అయితే (i)  $|a|$  పరిమితం అయితే  $|\phi(a)| \mid |a|$  మరియు (ii)  $\text{Ker} \phi$  అనేది సమూహము  $G$  యొక్క ఉపసమూహము అని నిరూపించండి.
5. Show that the characteristic of an integral domain is either zero or prime.  
ఒక పూర్ణాంక ప్రదేశము యొక్క లాక్షణికము సున్న లేదా ప్రధానసంఖ్య అని చూపండి.
6. If  $R$  is a commutative ring with unity and  $A$  is an ideal of  $R$ , then show that  $R/A$  is an integral domain iff  $A$  is a prime ideal of  $R$ .  
తత్సమసహిత వినిమయ వలయం  $R$  లో  $A$  ఒక ఆదర్శము అయితే  $R/A$  అనేది పూర్ణాంక ప్రదేశం  $\Leftrightarrow A$  అనేది అభాజ్య ఆదర్శము అని చూపండి.
7. Let  $\phi$  be a ring homomorphism from a ring  $R$  to a ring  $S$ . Then show that  $\phi$  is an isomorphism  $\Leftrightarrow \phi$  is onto and  $\text{ker} \phi = \{0\}$ .  
 $\phi$  అనేది వలయము  $R$  నుండి  $S$  కు ఒక వలయ సమరూపత అయితే  $\phi$  ఒక తుల్యరూపత  $\Leftrightarrow \phi$  సంగ్రస్త ప్రమేయము మరియు  $\text{ker} \phi = \{0\}$  అని చూపండి.
8. State and prove division algorithm.  
భాగహార విశేష విధిని ప్రవచించి, నిరూపించండి.

Code: 622/ET/R

**FACULTY OF SCIENCE**  
**B.A., B.Sc., I-Semester (Regular) Examinations, August-2021**  
**MATHEMATICS**

**Paper-I**  
**Differential and Integral Calculus**

Time: 2 Hours

Max. Marks: 80

**Note:** Answer any **Four** of the following questions.

గమనిక: ఈ క్రింది వాటిలో ఏవేని నాలుగు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము.

4x20=80M

1. State and prove Euler's theorem.  
యూలర్స్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.
2. i) Define continuity of a function of two variables.  
రెండు చరరాశుల ప్రమేయము యొక్క అవిచ్ఛిన్నతను నిర్వచించండి.  
ii) If  $u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$  then show that  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$ .  
 $u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$  అయితే  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$  అని చూపండి.
3. Find the extreme values of  $xy(a-x-y)$ .  
 $xy(a-x-y)$  యొక్క అంత్యమైన విలువను కనుగొనండి.
4. Find the minimum value of  $x^2 + y^2 + z^2$  when  $ax + by + cz = p$ .  
 $ax + by + cz = p$  అయినపుడు  $x^2 + y^2 + z^2$  యొక్క కనిష్ట విలువను కనుగొనండి.
5. Find radius of curvature of the curve  $x = a(\cos t + t \sin t)$ ,  $y = a(\sin t - t \cos t)$ .  
 $x = a(\cos t + t \sin t)$ ,  $y = a(\sin t - t \cos t)$  యొక్క వక్రత వ్యాసార్థాన్ని కనుగొనండి.
6. Find the evaluate of the parabola  $y^2 = 4ax$ .  
 $y^2 = 4ax$  పరావలయం యొక్క పరిమాణంను కనుగొనండి.
7. Find the volume of the solid obtained by revolving the lemniscates  $r^2 = a^2 \cos 2\theta$  about the initial line.  
ప్రారంభ రేఖ ద్వారా  $r^2 = a^2 \cos 2\theta$  ను తిప్పడం ద్వారా పొందిన ఘన పరిమాణంను కనుగొనండి.
8. Find the perimeter of the cardioid  $r = a(1 - \cos \theta)$ .  
 $r = a(1 - \cos \theta)$  కార్డియోయిడ్ యొక్క చుట్టుకొలత కనుగొనండి.